

University of Groningen

Piecewise affine dynamical systems

Le Quang, Thuan

IMPORTANT NOTE: You are advised to consult the publisher's version (publisher's PDF) if you wish to cite from it. Please check the document version below.

Document Version

Publisher's PDF, also known as Version of record

Publication date:

2013

[Link to publication in University of Groningen/UMCG research database](#)

Citation for published version (APA):

Le Quang, T. (2013). *Piecewise affine dynamical systems: Well-posedness, controllability and stabilizability*. s.n.

Copyright

Other than for strictly personal use, it is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

The publication may also be distributed here under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license. More information can be found on the University of Groningen website: <https://www.rug.nl/library/open-access/self-archiving-pure/taverne-amendment>.

Take-down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Downloaded from the University of Groningen/UMCG research database (Pure): <http://www.rug.nl/research/portal>. For technical reasons the number of authors shown on this cover page is limited to 10 maximum.

Samenvatting

Het doel van dit proefschrift is de studie van een deelklasse van hybride systemen, namelijk stuksgewijs affine dynamische systemen. Een stuksgewijs affien dynamisch systeem is een speciaal type van eindig-dimensionale, niet-lineaire ingangs-toestands-uitgangs systemen met de kenmerkende eigenschap dat de functies die de differentiaalvergelijkingen en uitgangsvergelijkingen van het systeem beschrijven stuksgewijs affine functies zijn. Ieder stuksgewijs affien dynamisch systeem kan beschouwd worden als een verzameling van eindig-dimensionale affine systemen tesamen met een partitie van het product van de toestandsruimte en de ingangsruimte in gebieden. Afhankelijk van het gebied waarin de toestands- en ingangsvector zich op een bepaald tijdstip bevinden, wordt de dynamica voorgeschreven door het affine systeem verbonden met dit gebied.

In dit proefschrift bespreken we vier fundamentele systeemtheoretische problemen voor hybride systemen in de context van stuksgewijs affine dynamische systemen. Deze problemen zijn in twee delen met vier hoofdstukken georganiseerd.

Het eerste onderwerp van het proefschrift betreft de studie van afwezigheid van zogenaamd Zeno-gedrag van stuksgewijs affine systemen in Hoofdstuk 2. In de literatuur over hybride systemen verwijst Zeno-gedrag naar de mogelijkheid van oneindig veel systeemmodusovergangen in een eindig tijdsinterval. Het optreden van Zeno-gedrag veroorzaakt veel moeilijkheden zowel in computersimulaties als in de theoretische analyse van fundamentele eigenschappen zoals goedgesteldheid (existentie en eenduidigheid van oplossingen), regelbaarheid en stabiliseerbaarheid. Het is daarom van belang om te onderzoeken onder welke voorwaarden Zeno-gedrag niet optreedt. In de afgelopen jaren heeft, met de toegenomen belangstelling voor hybride systemen, ook de bestudering van Zeno-gedrag van hybride systemen aanzienlijke aandacht gekregen. De bestaande theoretische resultaten zijn echter redelijk beperkt. Nagaan van de afwezigheid van Zeno-gedrag van een hybride systeem is nog steeds een moeilijke taak, zodat men in de

literatuur over hybride systemen vaak de aanname van afwezigheid van Zeno-gedrag aantreft. Als bijdrage aan dit probleem wordt in Hoofdstuk 2 van dit proefschrift de afwezigheid van Zeno-gedrag in de context van stuksgewijs affiene dynamische systemen bestudeerd. We hebben de afwezigheid van Zeno-gedrag voor continue stuksgewijs affiene dynamische systemen zonder ingangen aangetoond. Een direct gevolg van dit resultaat is dat we de theorie van gladde eerste-orde gewone differentiaalvergelijkingen op een lokale manier kunnen toepassen voor de analyse van afwezigheid van Zeno-gedrag voor continue stuksgewijs affiene dynamische systemen. Het bereikte resultaat opent nieuwe mogelijkheden voor het bestuderen van fundamentele systeemtheoretische problemen voor stuksgewijs affiene dynamische systemen.

Het tweede onderwerp van dit proefschrift is de regelbaarheid en stabiliseerbaarheid van continue stuksgewijs affiene dynamische systemen, en wordt besproken in Hoofdstuk 3. Regelbaarheid en stabiliseerbaarheid zijn, in de systeem- en regeltheorie, fundamentele onderwerpen die uitgebreid bestudeerd zijn voor verschillende soorten dynamische systemen. Echter, behalve voor lineaire systemen, blijkt het moeilijk te zijn om gemakkelijk te verifiëren voorwaarden voor globale regelbaarheid te verkrijgen, zelfs in het kader van gladde of analytische niet-lineaire systemen. Hoewel stuksgewijs affiene dynamische systemen de eenvoudigste uitbreiding van lineaire systemen zijn, valt het vaststellen van de regelbaarheid van bepaalde klassen van stuksgewijs affiene systemen in de categorie onbeslisbare vraagstukken (zie bijv. [70]), en dat is vanuit het oogpunt van computationele complexiteit de minst gewenste categorie. Onder een bepaalde aanname van rechts-inverteerbaarheid, vinden we in Hoofdstuk 3 noodzakelijke en voldoende algebraïsche voorwaarden van het type Popov-Belevitch-Hautus, voor zowel regelbaarheid als stabiliseerbaarheid van continue stuksgewijs affiene dynamische systemen. Deze noodzakelijke en voldoende voorwaarden leiden tot elegante en compactere voorwaarden voor de zogenaamde lineaire complementariteitssystemen, die ook in Hoofdstuk 3 van dit proefschrift worden gepresenteerd.

De goedgesteldheid, in de zin van existentie en eenduidigheid van oplossingen, van stuksgewijs affiene dynamische systemen is het derde onderwerp van dit proefschrift, en wordt behandeld in Hoofdstuk 4. Goedgesteldheid is belangrijk onder meer vanuit het oogpunt van modelvalidatie. Als een fysisch systeem deterministisch is, in de zin dat identieke omstandigheden steeds hetzelfde gedrag zullen teweegbrengen, verwachten we dezelfde eigenschap van een wiskundig model van een dergelijk systeem. De geldigheid van een model zou ernstig in twijfel worden getrokken als dan zou blijken dat er voor sommige beginvoorwaarden verschillende oplossingen mogelijk zijn. Het verifiëren van goedgesteldheid is daarom een wezenlijk onderdeel van modelfor-

mulering. Onze bijdrage voor dit onderwerp is het leveren van een aantal noodzakelijke voorwaarden en een aantal voldoende voorwaarden voor het bestaan van unieke Filippov oplossingen van bimodale stuksgewijs affiene systemen, met mogelijk discontinue vectorvelden in de afwezigheid van ingangen. Deze voorwaarden brengen een aantal sterkere resultaten voort voor specifieke gevallen zoals bimodale stuksgewijs lineaire systemen en in de context van Zeno-gedrag.

Het laatste onderwerp van dit proefschrift, in Hoofdstuk 5, betreft wederom regelbaarheid en stabiliseerbaarheid, maar ditmaal in de context van bimodale stuksgewijs lineaire systemen met mogelijk discontinue vectorvelden. In afwezigheid van continuïteit speelt goedgegesteldheid een belangrijke rol, want goedgestelde bimodale stuksgewijs lineaire systemen bezitten bepaalde geometrische eigenschappen die op hun beurt leiden tot algebraïsch verifieerbare noodzakelijke en voldoende voorwaarden voor zowel regelbaarheid als stabiliseerbaarheid.

